

Travaux de Simulation SD1.1

Analyse de Fourier

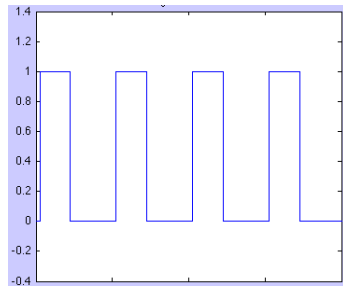
L'objectif est d'évaluer le nombre d'harmoniques significatifs contenu dans un signal périodique donné.

Travail de préparation : Donner les développements en série de Fourier complexes et réelles des signaux $s(t)$ périodiques, de période T ci-dessous. La durée où le signal sur une période est non nul est notée θ .

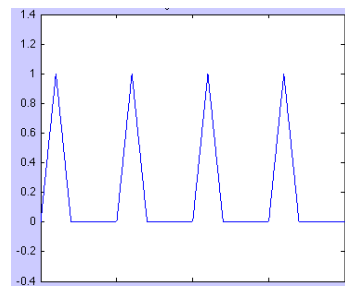
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(t - kT)$$

avec

$$g(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{\theta}\right) \quad \text{ou} \quad g(t) = \text{tri}\left(\frac{t}{\theta}\right) = \left(1 - \frac{|t|}{\theta}\right) \text{rect}\left(\frac{t}{2\theta}\right)$$



Créneaux périodiques



Triangles périodiques

Manip SIDEAL

Après avoir convenablement choisi les unités (temps et fréquence) dans le menu *PREFERENCES*, utiliser le menu *SERIES DE FOURIER* pour :

- 1) Visualiser une reconstruction progressive de ces signaux, harmonique par harmonique, en choisissant $T = 1$ ms et $\theta = 0.4$ ms. Commenter les résultats et les coefficients de Fourier en module.
- 2) En utilisant les boutons *Reculer/Avancer* (modifiez au besoin le pas de visualisation) et en vérifiant que les contributions harmoniques restent sinusoïdales, déterminer le nombre d'harmoniques

nécessaire pour obtenir un écart final inférieur à 10 %, 1 % puis 0,1 %. Consigner les résultats dans un tableau. Notez également les valeurs de la puissance harmonique cumulée relative (en %).

Note: l'erreur quadratique relative moyenne ε entre un signal $s(t)$ et son développement en série de Fourier $s_M(t)$ arrêté à l'ordre M est donnée par

$$\varepsilon = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} (s(t) - s_M(t))^2 dt}{\int_{-T/2}^{T/2} s(t)^2 dt}$$

- 3) A partir de quelle harmonique pourriez-vous considérer que les signaux sont totalement constitués ?
- 4) Conclure sur la richesse harmonique de ces signaux.
- 5) Lancer la reconstruction progressive sur 20 harmoniques d'un signal rectangulaire périodique ($T = 1$ ms, $\theta = 0.4$ ms). Avancer jusqu'à la 100e harmonique.
 - Commentez et justifiez le graphique présentant la *DERNIERE HARMONIQUE normalisée*.
 - Augmenter la période du signal, par exemple en la multipliant par 2 plusieurs fois de suite et observer les coefficients de Fourier. Justifier.
 - Avancer ensuite jusqu'à la 150e harmonique avec un pas de 10. Comment évoluent les coefficients de Fourier ? Effectuer un zoom sur la dernière harmonique. Que constatez-vous ? Expliquez.