

Travaux de Simulation C2.2

Codage de Hamming étendu

Rappel du principe du codage : le message de m bits, noté matriciellement $M_{1,m}$, est codé sur n bits pour former le mot-code $C_{1,n}$, avec $n = m + k$, k étant le nombre de bits de redondance correspondant à la séquence de contrôle adjointe au message.

Message en clair (m bits) + séquence de contrôle (k bits) = mot-code (n bits)

Le code est dit code de Hamming si $n = 2^k - 1$. Il est noté $CH(n,m)$ n étant le nombre de bits permettant le codage d'un message de m bits. Il est entièrement défini par sa matrice génératrice $G_{n,m}$, elle-même est définie à partir de sa matrice contrôle $H_{k,n}$ (cf. cours).

$$G_{n,m} = \begin{pmatrix} I_m \\ A_{k,m} \end{pmatrix} \text{ et } H_{k,n} = (A_{k,m} \ I_k)$$

avec I_m matrice carrée identité de rang n , $A_{k,m}$ matrice des m séquences à k bits de contrôle. Chaque mot-code $C_{1,n}$ résulte de l'action de la matrice génératrice $G_{n,m}$ sur le message $M_{1,m}$ suivant le produit matriciel suivant

$$C_{1,n}^t = G_{n,m} M_{1,m}^t$$

L'action de la matrice de contrôle $H_{k,n}$ sur le mot-code $C_{1,n}$ fournit le syndrome $S_{1,k}$

$$S_{1,k}^t = H_{k,n} C_{1,n}^t$$

L'objectif du TP est d'étudier le code de Hamming étendu (code de Hamming avec bit de parité), de comprendre en quoi il est détecteur et correcteur de 2 erreurs.

Travail de préparation :

- On veut transmettre des mots-code de 7 bits ($n = 7$). Déterminer la taille k de la séquence de contrôle et en déduire la taille m des messages d'information que l'on peut coder. Déterminer une matrice de contrôle $H(k,n)$. Combien y en a-t'il ? En déduire la matrice génératrice $G(n,m)$. Combien y en a-t'il ?
- Enumérer et déterminer tous les mots-code possibles. En déduire la distance de Hamming minimale et le pouvoir correcteur de ce code.

Manip SIDEAL

Lancer le logiciel *SIDEAL* puis cliquez sur le bouton *Codage*. Sélectionner ensuite le menu *CODAGE DE CANAL* puis *Codage de Hamming*.

- 1) Paramétrer un codage de Hamming $CH(7, 4)$ étendu en activant l'option "*Hamming étendu*" avec une matrice de contrôle $H(3,7)$ constituée des colonnes rangées dans l'ordre décimal décroissant (soit 7,6,5,3). Justifier la matrice génératrice $G(7,4)$.
- 2) Lancer le codage du message 0001. Attention de bien valider chaque saisie de bits. L'action de cliquer sur "*Simuler la transmission*" aura pour effet de générer le mot-code émis et le mot-code reçu avec son syndrome. Justifiez le mot-code émis.
- 3) Simuler une transmission sans erreur. Justifiez le syndrome du mot-code reçu.
- 4) Paramétrer une transmission avec 1 erreur exactement à l'aide du bouton "*Paramètres de transmission*". Justifier le syndrome et le diagnostic qui s'affiche. (L'erreur de transmission est simulée en remplaçant aléatoirement un bit du mot-code par son complémentaire).
- 5) Que se passe-t'il si l'erreur porte sur le bit de parité ? Justifiez le syndrome et le diagnostic.
- 6) Idem avec 2 erreurs. Justifier le diagnostic et expliquez par le calcul la valeur du syndrome affiché.
- 7) Paramétrer une transmission avec une probabilité d'erreur de transmission $p = 0,3$ et 2 erreurs au maximum. En lançant plusieurs simulations, déterminer le nombre d'erreurs et expliquez / compléter le diagnostic.
- 8) idem avec $p = 0,3$ et 3 erreurs au maximum.